

専攻	システム 情報工学	学籍番号	883427	指導教官氏名	指導教官 白井 支朗
申請者氏名	萩原 克幸				指導教官 中川 聖一
					指導教官 戸田 尚宏

## 論 文 要 旨

論文題目	基底を選択できる回帰モデルの統計的性質とそのモデル選択規準に関する研究
------	-------------------------------------

確率的に変動する対象の不変的な規則性すなわちその情報構造をモデルにより記述することで、モデルに基づく対象の振舞いの把握、機能解析、制御および予測が可能となる。その最も基本的なモデルは、統計的推測における回帰モデルである。回帰モデルは、対象の出力をある既知の関数表現の出力に雑音が重畳して得られたものとして記述するモデルであり、従来、入出力関係に関して線形に含まれるパラメタのみをもつ関数表現を用いた線形回帰モデルが用いられてきた。回帰モデルの枠組では、ある想定したモデルのクラスの下で、モデルとサンプルとを照らし合わせて、そのクラスの中から、情報構造を的確に反映しているモデルを選ぶ「モデル選択」と呼ばれる問題があり、線形回帰モデルについては、モデル選択規準としてAIC (Akaike Information Criterion) などが与えられている。一方、近年注目されている階層型ニューラルネットワークは、線形なパラメタに加えて非線形なパラメタをもつことで、対象の入出力関係を柔軟に表現できる反面、それを用いた非線形回帰モデルの統計的性質はほとんど知られておらず、モデル選択規準は与えられていない。ところで、回帰モデルにおける関数表現を基底関数の線形結合と見做すと、線形なパラメタのみをもつ従来の

関数表現が，形状の決まった基底関数の線形結合で表されているのに対して，階層型ニューラルネットワークの場合，非線形なパラメタが基底を可変にする効果をもち，パラメタ推定において，サンプルにより良く合うような基底が選択されているものと捉えられる．本論文では，回帰モデルの関数表現を基底の可変性・選択性の観点から分類し，基底を選択できる回帰モデルについて，モデル選択規準を導出することを目的として，その統計的性質を解析した．

本論文では，まず，従来の線形回帰モデルに対して有効とされてきたモデル選択規準 A I C が，階層型ニューラルネットワークに対して，適切な規準となるか否かを考察するとともに，A I C の振舞いを数値的に解析した．その結果，階層型ニューラルネットワークに対しては，結合重みであるパラメタが一意に定まらない場合があることから，A I C が導出できないことを示した．この過程から，一般に連続値をとるパラメタにより基底を可変とする関数表現については，A I C が導出できないことを明らかにした．また，階層型ニューラルネットワークの与える推定誤差が，基底が固定である従来の関数表現の場合と比較して小さくなるために，A I C により複雑なネットワークが選ばれる傾向にあることを数値的に示した．こうした結果は，基底が可変である関数表現については，推定誤差に対応する経験損失の最小値および予測誤差に対応する期待損失などの統計的性質が，従来の基底が固定である関数表現の場合と全く異なること

を示唆しており，モデル選択規準を導出するためには，そうした性質の解析が不可欠である．ここでは，問題を簡単化するために，離散値をとるパラメタにより基底を可変とする関数表現について，損失関数を二乗誤差とした場合の統計的性質を解析した．その結果，そうした関数表現について，基底が正規直交性を満たす場合には，サンプルとして正規雑音系列を与えたときの経験損失の最小値および最小二乗推定量における期待損失のサンプルの分布に関する期待値を求める問題が，確率・統計の単純な問題として定式化されることを示し，各期待値の下界・上界を導いた．これにより，基底が可変である関数表現の与える経験損失の最小値のサンプルの分布に関する期待値は，基底が固定である関数表現の場合より小さく，最小二乗推定量における期待損失のサンプルの分布に関する期待値については，その逆が成り立つことを示した．また，そうした下界・上界に関する結果を連続値をとるパラメタにより基底を可変とする関数表現に適用して，その経験損失の最小値のサンプルの分布に関する期待値の上界を与えた．

本論文は，基底を選択できる回帰モデルに対するモデル選択規準の導出を目的として，その統計的性質を解析する場合の指針を与えており，今後，本論文の解析結果と解析方法に基づくより精密な理論解析の展開が可能である．