

令和 9 年度 豊橋技術科学大学第 3 年次入学者選抜学力検査問題解答例

専門科目（3：情報・知能工学）

(1) 行列 $\mathbf{A}$ は対称行列であるから, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ となる。

(2) 固有方程式 $|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = 0$ を計算すると $(2\lambda - 1)(2\lambda - 3) = 0$ となるので, 行列 $\mathbf{A}$ の固有値は $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ と $\lambda_2 = \frac{3}{2}$ である。また, それぞれの固有値に対応する単位固有ベ

クトルは $\begin{pmatrix} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ である。ここで, $u_x > 0, v_x > 0$ の条件より, $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$

$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ となる。

(3) 行列 $\mathbf{U}$ を用いると行列 $\mathbf{A}$ は $\mathbf{A} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \mathbf{U}^T$ と固有値分解できる。これを用いて

楕円の方程式を変形すると, $(\mathbf{U}^T \mathbf{x})^T \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \mathbf{U}^T \mathbf{x} = 1$ となり, 回転後の楕円の方程式は,

$\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2 = 1, z = 0$ となる。

(4) 回転行列 $\mathbf{R}$ を用いて直線 l を回転すると, 直線 l' は点 $(0, 0, 1)$ を通り, 方向ベクトル

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ の直線になる。直線 l' 上の点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ と点 $(1, 3, -2)$ とを結ぶベクトル

は $\begin{pmatrix} t-1 \\ -3 \\ -t+3 \end{pmatrix}$ であるから, このベクトルが直線の方向ベクトルと直交する条件

から, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} t-1 \\ -3 \\ -t+3 \end{pmatrix} = 0$ が得られ, $t = 2$ となる。したがって求める点の座標は,

$(2, 0, -1)$ となる。

(5) 回転の前後で2点間の距離は変わらないので, 問(3), (4)で求めた回転後の楕円 Q' と直線 l' について考える。楕円 Q' 上の点 p' の座標を $(x, y, 0)$, 点 p' から直線 l' に下ろした垂線と直線 l' との交点を q' とする。

問(4)と同様に考え, 直線 l' 上の点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ と点 $(x, y, 0)$ とを結ぶベクトルは

$\begin{pmatrix} t-x \\ -y \\ -t+1 \end{pmatrix}$ であるから, このベクトルと直線の方向ベクトルが直交する条件から,

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} t-x \\ -y \\ -t+1 \end{pmatrix} = 0$ が得られ、 $t = \frac{x+1}{2}$ となる。ベクトル $p'q'$ は $\begin{pmatrix} \frac{1-x}{2} \\ -y \\ \frac{1-x}{2} \end{pmatrix}$ となるから、そ

の長さの2乗は $d^2 = \frac{(1-x)^2}{2} + y^2$ と表せる。

ここで、問(3)より $y^2 = \frac{2-x^2}{3}$ であるから、 $d^2 = \frac{x^2-6x+7}{6}$ となる。

また、点 p' は楕円 Q' 上の点であるから $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ となり、 d^2 はこの範囲では単調減少するため、 d^2 が最小となるのは、 $x = \sqrt{2}$ のときとなる。したがって、点 p' の座標が点 $(\sqrt{2}, 0, 0)$ のときに d^2 の最小値は $\frac{9-6\sqrt{2}}{6}$ となる。

点 $(\sqrt{2}, 0, 0)$ を回転行列 R の逆行列で変換した点が求める点 p であるから、点 p の

座標は、 $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ より、 $(1, -1, 0)$ となる。

(6) 点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ と点 $(\sqrt{2}, 0, 0)$ とを結ぶベクトルは $\begin{pmatrix} t-\sqrt{2} \\ 0 \\ -t+k \end{pmatrix}$ であるから、このベ

クトルの長さが最小となるのは、このベクトルと直線 m の方向ベクトルが直交

するときである。 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} t-\sqrt{2} \\ 0 \\ -t+k \end{pmatrix} = 0$ より、 $t = \frac{k+\sqrt{2}}{2}$ となるから、直線 m と点 $(\sqrt{2}, 0, 0)$

との距離の2乗 D^2 は、 $D^2 = \frac{(k-\sqrt{2})^2}{2}$ となる。

したがって、 $0 \leq k \leq 1$ の範囲で D^2 は単調減少することがわかる。また、 D の値がそれぞれ $\frac{1}{2}$ 、 1 となるのは $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$ と $k = 0$ のときであり、 $0 \leq k \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ の範囲のとき

に条件を満たす。したがって、求める確率は $\frac{\sqrt{2}}{2}$ となる。

[2]

(1)

B, C

(2)

経路	所要時間
a. A → B → D → F	15
b. A → B → G → F	13
c. A → B → D → E → F	11

(3)

a	INF または 9999	b	weight	c	6	d	6	e	2
---	--------------------	---	--------	---	---	---	---	---	---

(4)

ア

	order[0]	order[1]	order[2]	order[3]	order[4]	order[5]	order[6]
値	0	1	3	2	4	5	-1

イ

	parent[0]	parent[1]	parent[2]	parent[3]	parent[4]	parent[5]	parent[6]
値	-1	0	3	1	2	4	-1

経路

A → B → D → C → E → F

(5)

ア

a	9999	b	6	c	5	d	10	e	6
---	------	---	---	---	---	---	----	---	---

イ

	parent[0]	parent[1]	parent[2]	parent[3]	parent[4]	parent[5]	parent[6]
値	-1	3	0	2	2	4	1

経路

A → C → E → F

(6)

b

[3]

(1) 真理値表

A_1	A_0	B_1	B_0	A の 値	B の 値	G
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	2	0
0	0	1	1	0	3	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	2	0
0	1	1	1	1	3	0
1	0	0	0	2	0	1
1	0	0	1	2	1	1
1	0	1	0	2	2	0
1	0	1	1	2	3	0
1	1	0	0	3	0	1
1	1	0	1	3	1	1
1	1	1	0	3	2	1
1	1	1	1	3	3	0

(2)

$$G = \overline{A_1} \cdot A_0 \cdot \overline{B_1} \cdot \overline{B_0} + A_1 \cdot \overline{A_0} \cdot \overline{B_1} \cdot \overline{B_0} + A_1 \cdot \overline{A_0} \cdot \overline{B_1} \cdot B_0 \\ + A_1 \cdot A_0 \cdot \overline{B_1} \cdot \overline{B_0} + A_1 \cdot A_0 \cdot \overline{B_1} \cdot B_0 + A_1 \cdot A_0 \cdot B_1 \cdot \overline{B_0}$$

(3)

$A_1, A_0 \setminus B_1, B_0$	0 0	0 1	1 1	1 0
0 0	0	0	0	0
0 1	1	0	0	0
1 1	1	1	0	1
1 0	1	1	0	0

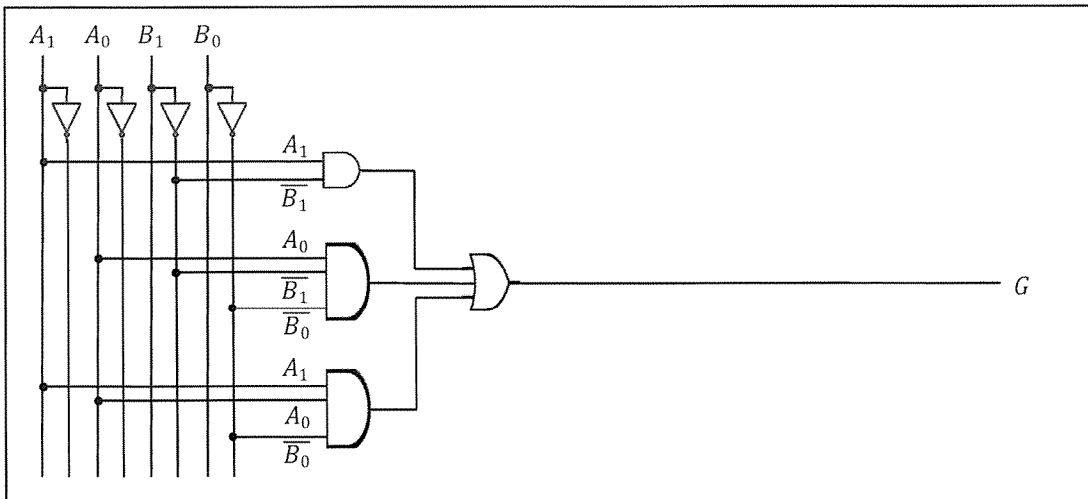
$$G = A_1 \cdot \overline{B_1} + A_0 \cdot \overline{B_1} \cdot \overline{B_0} + A_1 \cdot A_0 \cdot \overline{B_0}$$

(4) ア .

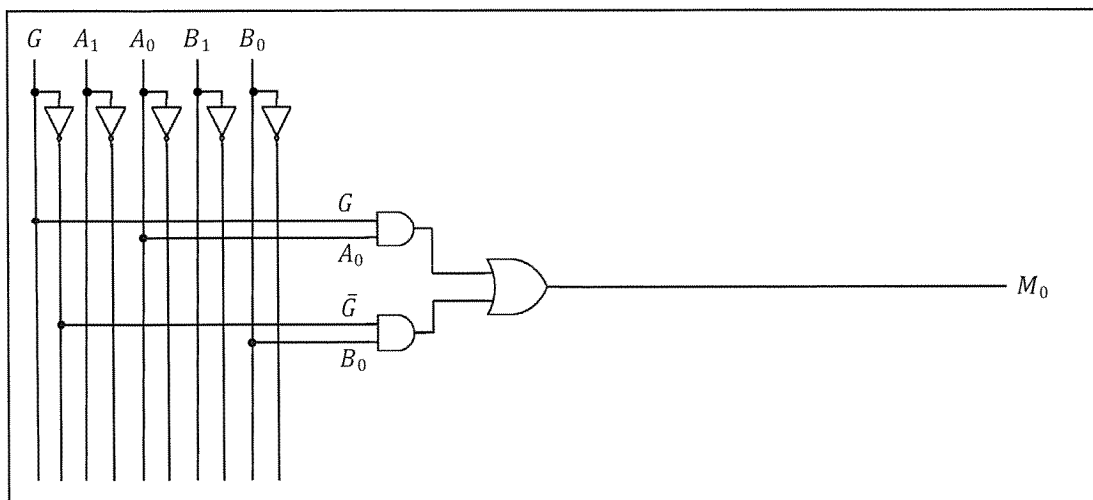
$$M_1 = G \cdot A_1 + \bar{G} \cdot B_1$$

$$M_0 = G \cdot A_0 + \bar{G} \cdot B_0$$

(4) イ. G の最小積和形の回路



最大値選択回路 (M_0 出力回路のみ)



(5) カルノー図上で 1 が対角線上に配置され、隣接する 1 のセルが存在しない。したがって、グループ化による簡単化は不可能であり、最小積和形は標準積和形と一致する。

$$E = \overline{A_1} \cdot \overline{A_0} \cdot \overline{B_1} \cdot \overline{B_0} + \overline{A_1} \cdot A_0 \cdot \overline{B_1} \cdot B_0 + A_1 \cdot \overline{A_0} \cdot B_1 \cdot \overline{B_0} + A_1 \cdot A_0 \cdot B_1 \cdot B_0$$

上式を整理すると、各項は「 $A_1 = B_1$ かつ $A_0 = B_0$ 」を表している。ビットごとの一致判定は XNOR (排他的論理和の否定) で表現できる。

$$E = (\overline{A_1 \oplus B_1}) \cdot (\overline{A_0 \oplus B_0})$$

すなわち、各ビット位置で XOR (排他的論理和) をとり、その否定 (XNOR) の論理積をとればよい。2 ビットが全て一致するとき、かつそのときに限り $E = 1$ となる。

使用する論理ゲートの数を減らすために，ド・モルガンの法則を用いる。

$$E = \overline{(A_1 \oplus B_1) + (A_0 \oplus B_0)}$$

これを回路図で表すと下図となる。

