

令和8年度 豊橋技術科学大学大学院工学研究科博士前期課程（第2次募集）
入学者選抜学力検査問題

基礎科目（機械工学専攻）

注意事項

- 1 試験開始の合図まで、この問題冊子と解答用紙を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、草稿用紙を含めて6枚です。
- 3 問題冊子とは別に解答用紙が5枚あります。
- 4 問題は4問あります。全問解答してください。
- 5 試験開始の合図の後すぐに、すべての解答用紙の所定の箇所に受験番号を記入してください。
- 6 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入してください。解答用紙の裏面には解答を記入しないでください。
- 7 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 8 問題冊子の余白は草稿用として使用しても構いません。
- 9 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 10 問題冊子は持ち帰ってください。

(草稿用紙)

[1] x と y の実関数

$$f(x,y) = \frac{2xy}{y^2 - x^2}$$

について以下の問いに答えよ。

(1) $\frac{\partial f}{\partial y}$ を計算せよ。

(2) $f(x,y) = f(tx,ty)$ が成り立つことを示せ。ここで t は任意の非零の実数である。

(3) x の関数 v を用いて $y = xv$ とすると、 $\frac{dy}{dx}$ を x と v で表せ。

(4) 問(3)の結果を用いて、微分方程式 $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ の一般解を求めよ。

[2] 以下の行列 A , ベクトル B に関する問いに答えよ。ただし, a は実数である。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- (1) $a \neq 6$ のとき, 方程式 $AX = B$ を満たすベクトル X を求めよ。
- (2) 行列 A の転置行列を A^T とする。 $a = 6$ のとき, 行列の積 $A^T A$ を求めよ。
- (3) $a = 6$ のとき, 方程式 $A^T A Y = A^T B$ を満たすベクトル Y を求めよ。
- (4) 問(3)の方程式を満たすベクトル Y のうち, 大きさが最も小さいものを求めよ。

[3] 以下の問いに答えよ。ただし虚数単位は i で表すものとし、また偏角の主値は $-\pi$ より大きく π 以下にとるものとする。解は極形式で表してもよいが、その場合には偏角は主値を用いよ。

(1) 複素数 $z_0 = 1 + \sqrt{3}i$ について、以下の設問に答えよ。

ア. z_0 を極形式で表せ。

イ. $\left(\frac{z_0}{2}\right)^{10}$ の偏角の主値を求めよ。

(2) 次の複素関数

$$\frac{z^3 + 3}{z^2 + 3z + 2}$$

について以下の設問に答えよ。

ア. 特異点をすべて求めよ。

イ. 零点をすべて求めよ。

(3) 次の複素関数

$$\frac{\sin z}{z^2 - 4}$$

について以下の設問に答えよ。

ア. 留数をすべて求めよ。

イ. $z = 3 + i$ を中心とする半径 2 の円に沿って反時計回りの複素積分を求めよ。

[4] 以下の問いに答えよ。

- (1) 次の関数 $F(s)$ の逆ラプラス変換 $f(t)$ を求めよ。
 なお, $t < 0$ において $f(t) = 0$ とする。

$$F(s) = \frac{s - 6}{s^2 - 3s + 2}$$

- (2) 関数 $g(t)$ のラプラス変換を $\mathcal{L}\{g(t)\} = G(s) = \int_0^{\infty} g(t)e^{-st} dt$ とするとき,

$$\frac{d}{ds} G(s) = \mathcal{L}\{-tg(t)\}$$

であることを示せ。

- (3) 周期 2π の次の周期関数

$$h(t) = \begin{cases} \sin \frac{t}{2} & (0 \leq t \leq \pi) \\ 0 & (\pi < t < 2\pi) \end{cases}$$

のフーリエ級数

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt)$$

について, 以下の設問に答えよ。

- ア. 係数 a_0 を求めよ。
 イ. 係数 a_n を求めよ。
 ウ. 係数 b_n を求めよ。
 エ. 設問アから設問ウの結果をもとにフーリエ級数を示せ。