

令和8年度 豊橋技術科学大学大学院工学研究科博士前期課程（第2次募集）
入学者選抜学力検査問題

基礎科目（情報・智能工学専攻）

注意事項

- 1 試験開始の合図まで、この問題冊子と解答用紙を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、草稿用紙を含めて5枚です。
- 3 問題冊子とは別に解答用紙が3枚あります。
- 4 問題は3問あります。全問解答してください。
- 5 試験開始の合図の後すぐに、すべての解答用紙の所定の箇所に受験番号を記入してください。
- 6 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入してください。解答用紙の裏面には解答を記入しないでください。
- 7 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 8 問題冊子の余白は草稿用として使用しても構いません。
- 9 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 10 問題冊子は持ち帰ってください。

(草 稿 用 紙)

[1] 2 階の微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} - 4\frac{dx}{dt} + 3x = 0$ に関して，以下の問いに答えよ。

- (1) この 2 階の微分方程式を $\frac{dx}{dt} = y$ とおいて行列 A を用いて 1 階の連立微分方程式 $\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ に変換する。行列 A を求めよ。
- (2) (1) で求めた行列 A の 2 つの固有値 λ_1, λ_2 ($\lambda_1 \geq \lambda_2$) と対応する固有縦ベクトル e_1, e_2 を求めよ。ただし，固有縦ベクトルは $\begin{bmatrix} 1 \\ c \end{bmatrix}$ で表されるとする (c は実数)。
- (3) (1) で求めた行列 A を対角化する変換行列 P を適切に設定し，変換行列 P を用いて行列 A を対角行列 D に変換する計算過程を示せ。
- (4) (3) で求めた対角行列 D を用いて，連立微分方程式 $\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ を解け。ただし， $x(0) = 0, y(0) = 2$ とする。

[2] 1 から 6 の目 が 書 か れ た 6 面 の サイコロ について , 3 つ の サイコロ を 同時 に 投 げ る 。 以 下 の 問 い に 答 え よ 。 た だ し , サイコロ に は 歪 み が な い も の と す る 。 答 え が 分 数 に な る と き は , 既 約 分 数 で 答 え よ 。

(1) 出た目がすべて異なる確率を求めよ。

(2) 出た目の和が6になる確率を求めよ。

(3) 出た目の最大値が4である確率を求めよ。

(4) 3つのサイコロを同時に投げる操作を2回行ったとき, 少なくとも1回は3つとも同じ目が出る確率を求めよ。

(5) 3つのサイコロの出た目の和の期待値と分散を求めよ。

[3] 3個のコップ A, B, Cがある。コップの容量とコップに入っている水量をそれぞれ $c(i)$, $s(i)$, $i \in \{A, B, C\}$ で表す。また, $c(A) = 10$, $c(B) = 7$, $c(C) = 3$ である。そして, コップ i からコップ j に水を移動させる手続きを $p(i, j)$, $i, j \in \{A, B, C\}$, $i \neq j$ と定義し, 以下に示すルールに従って水を移動させるものとする。

コップ i からコップ j に水を移動させるとき,

ルール 1: $s(i) = 0$ もしくは $s(j) = c(j)$ であれば移動できない。

ルール 2: $s(i)$ と $c(j) - s(j)$ のうち少ない量を移動させる。

また, コップ i の水をコップ j に移動させた後にコップ k の水をコップ l に移動させる手続きを \oplus 演算子を用いて $p(i, j) \oplus p(k, l)$, $i, j, k, l \in \{A, B, C\}$, $i \neq j$, $k \neq l$ と表す。以下の問いに答えよ。

- (1) $s(A) = 9$, $s(B) = 0$, $s(C) = 0$ のとき, 手続き $p(A, B) \oplus p(B, C)$ を実行した後のそれぞれのコップの水量を答えよ。
- (2) $s(A) = 9$, $s(B) = 0$, $s(C) = 0$ のとき, コップ A, B, C にそれぞれ水が 3 だけ入った状態にする最小の手続きを手続き p と \oplus を使って表せ。

新しい手続き X を $X = p(A, B) \oplus p(B, C) \oplus p(C, A)$ と定義する。ただし, 過去の各コップの水量の履歴を手続き p を実行するたびにすべて保存しておき, 手続き p によって過去の履歴中の水量と同じ結果になる場合にはその手続き p を実行せず, スキップする。また, 手続き X の実行中にコップの水量が目的の水量になったときに手続き X を終了する。

- (3) $s(A) = 10$, $s(B) = 0$, $s(C) = 0$ のとき, 手続き X を 2 回実行したときの各コップの水量を答えよ。
- (4) $s(A) = 10$, $s(B) = 0$, $s(C) = 0$ のとき, コップ A, B にそれぞれ水が 5 だけ入った状態にするには手続き X を何回実行する必要があるか答えよ。また, このとき手続き p は何回実行されるか答えよ。