

令和 8 年度 豊橋技術科学大学大学院工学研究科博士前期課程
入学者選抜学力検査問題

基 礎 科 目 （ 機械工学専攻 ）

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図まで、この問題冊子と解答用紙を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、草稿用紙を含めて 6 枚です。
- 3 問題冊子とは別に解答用紙が 6 枚あります。
- 4 問題は 4 問あります。全問解答してください。
- 5 試験開始の合図の後すぐに、すべての解答用紙の所定の箇所に受験番号を記入してください。
- 6 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入してください。解答用紙の裏面には解答を記入しないでください。
- 7 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 8 問題冊子の余白は草稿用として使用しても構いません。
- 9 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 10 問題冊子は持ち帰ってください。

(草 稿 用 紙)

[1] 以下の微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2y}{x^3 + 3y^4}$$

について問いに答えよ。

- (1) 与式を() dx -() $dy = 0$ の形にしたとき, とに当てはまる式を選択肢から選べ。

選択肢 : $y, 3x^2, x^3, 3y^4, 3x^2y, x+3y^3, x^3+3y^4$

- (2) 与式が完全微分方程式か判定せよ。

- (3) 次の文章の ~ に当てはまる式を選択肢から選べ。

問(1)の式は,

$$x^2(\text{ア}) - \text{イ} dy = 0$$

のように書ける。

さらに, 両辺に を掛けると,

$$\text{エ} (\text{ア}) - \text{オ} dy = 0$$

と変形できる。

選択肢 : $x, y, y^{-2}, 3y^2, 3y^4, x^2y^{-2}, 3ydx - xdy$

- (4) 与式の一般解を求めよ。

- [2] 以下の行列 A , ベクトル B に関する問いに答えよ。ただし, a, b, c は実数であり, O を零ベクトルとする。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix}$$

- (1) 行列 A の行列式を求めよ。
- (2) 方程式 $AX = B$ を満たすベクトル X が一意的に定まるとき, X を求めよ。
- (3) 方程式 $AX_0 = O$ を満たす O でないベクトル X_0 が存在するための, a に関する条件を示せ。また, そのときの X_0 を求めよ。
- (4) 問(3)の条件を満たすとき, 方程式 $AX_1 = B$ を満たすベクトル X_1 が存在するための, b, c に関する条件を示せ。また, そのときの X_1 を求めよ。

[3] 以下の問いに答えよ。ただし虚数単位は i で表すものとする。

(1) 以下の設問に答えよ。ただし複素数 z の偏角の主値を $\text{Arg } z$ で表し、 $-\pi < \text{Arg } z \leq \pi$ とする。偏角の単位はradである。

ア. 偏角2, 絶対値5の複素数を $a+bi$ の形式 (a, b は実数) で表せ。

イ. $-3+\sqrt{3}i$ の絶対値と偏角の主値を求めよ。

(2) 次の複素関数

$$\frac{e^{-z} + e^z}{(z+1)(z^2+2z+101)}$$

について以下の設問に答えよ。

ア. 特異点をすべて求めよ。

イ. 零点をすべて求めよ。

(3) 次の複素関数

$$\frac{e^{-z}}{z^2+1}$$

について以下の設問に答えよ。

ア. 留数をすべて求めよ。

イ. $z = \frac{1}{2} + i$ を中心とする半径1の円に沿って反時計回りの複素積分を求めよ。

ウ. $z = 0$ を中心とする半径2の円に沿って時計回りの複素積分を求めよ。

[4] 以下の問いに答えよ。

(1) 次の関数 $f(t)$ のラプラス変換 $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$ を求めよ。

ここで μ, λ は実数であり, $\mu \neq \lambda, \mu \neq 0, \lambda \neq 0$ とする。

また, $\operatorname{Re}(s - \mu) > 0, \operatorname{Re}(s - \lambda) > 0, t < 0$ において $f(t) = 0$ とする。

$$f(t) = \frac{\mu e^{\mu t} - \lambda e^{\lambda t}}{\mu - \lambda}$$

(2) 次の関数 $F(s)$ の逆ラプラス変換 $f(t)$ を求めよ。

なお, $t < 0$ において $f(t) = 0$ とする。

$$F(s) = \frac{4s^2 - 3s + 4}{s^3 - s^2 + 4s - 4}$$

(3) 周期 2π の次の周期関数

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < \pi) \\ -\sin(t) & (-\pi \leq t < 0) \end{cases}$$

のフーリエ級数

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt)\}$$

について, 以下の設問に答えよ。

ア. 係数 a_0 を求めよ。

イ. 係数 a_n を求めよ。

ウ. 係数 b_n を求めよ。

エ. 設問アから設問ウの結果をもとにフーリエ級数を求めよ。