令和７年度　豊橋技術科学大学第３年次入学者選抜学力検査問題解答例

応　用　数　学

[1]

(1)

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 12 + 1 - 8 - 4 - 6 + 4 = -1$$

(2)

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 5 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & -4 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -4 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 5 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -8 & -7 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

したがって，

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & -7 & 3 \\ -5 & -4 & 2 \\ 6 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

(3) 右から，A^{-1} を両辺にかけると，

$$X = |A| B A^{-1}$$

となるので，

$$X = -\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 & -7 & 3 \\ -5 & -4 & 2 \\ 6 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 3 \end{pmatrix}$$

[2]

(1)

ア.

$$f_x(x,y) = -\sin x,\ f_y(x,y) = \cos y\quad (0 < x < 2\pi, 0 < y < 2\pi)$$

イ. $0 < x < 2\pi, 0 < y < 2\pi$ において $f_x(x,y) = f_y(x,y) = 0$ が成立するのは，アの結果より，

$$(x,y) = \left(\pi, \frac{\pi}{2}\right),\ \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$$

ウ.

$$H(x,y) = f_{xx}(x,y)f_{yy}(x,y) - f_{xy}^2(x,y)$$

とおくと，

$$f_{xx}(x,y) = -\cos x,\ f_{xy}(x,y) = 0,\quad f_{yy}(x,y) = -\sin y$$

より，

$$H(x,y) = \cos x \sin y$$

ここで，$H\left(\pi, \frac{\pi}{2}\right) = -1 < 0$ より，$(x,y) = \left(\pi, \frac{\pi}{2}\right)$ で極値をとらない。一方，

$$H\left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right) = 1 > 0,\ f_{xx}\left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right) = 1 > 0$$

より，$(x,y) = \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ で極小値 -2 をとる。

(2)

ア.

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx = \left[\frac{1}{2}\log(x^2+1)\right]_0^1 = \frac{1}{2}\log 2$$

イ. $u = 2x - y,\ v = 2x + y$ とおく。このとき，$J(u,v) = \dfrac{1}{4}$ であるので，変数変換を用いることで，

$$\iint_D (4x^2 - y^2)dxdy = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1} udu \int_{-2}^{2} vdv = 0$$

[3]

(1) n 回（$n \geqq 3$）操作を繰り返すとき，n 回の玉の出し方の総数は 3^n であることに注意する。

ア．3 回操作を繰り返し，取り出した 3 個の玉の色が 1 種類である取り出し方は，どの同じ色が出るかの 3 通りであるので，

$$p_3 = \frac{3}{3^3} = \frac{1}{9}$$

イ．3 種類の色から 2 種類の色を選ぶ組み合わせの総数は ${}_3\mathrm{C}_2$ であり，その 2 種類の色の内の一方の色が 3 回の内のどこで 1 回または 2 回出るかを考えればよいので，

$$q_3 = \frac{{}_3\mathrm{C}_2 \times ({}_3\mathrm{C}_1 + {}_3\mathrm{C}_2)}{3^3} = \frac{2}{3}$$

ウ．アとイより，余事象を考えると，$r_3 = \dfrac{2}{9}$ である。よって，X の期待値は

$$p_3 + 2q_3 + 3r_3 = \frac{19}{9}$$

エ．アとイと同様に考えると，

$$p_{12} = \frac{3}{3^{12}} = \frac{1}{3^{11}},\ q_{12} = \frac{{}_3\mathrm{C}_2 \displaystyle\sum_{k=1}^{11} {}_{12}\mathrm{C}_k}{3^{12}} = \frac{\displaystyle\sum_{k=1}^{11} {}_{12}\mathrm{C}_k}{3^{11}}$$

である。よって，$2^n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_k$ に注意して，余事象を考えると，

$$r_{12} = 1 - p_{12} - q_{12} = 1 - \frac{1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{11} {}_{12}\mathrm{C}_k}{3^{11}} = 1 - \frac{1 + 2^{12} - 2}{3^{11}} = \frac{3^{11} - 2^{12} + 1}{3^{11}} = \frac{19228}{19683}$$

(2)

ア. $y \neq 0$ のとき，

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = -1$$

この両辺を x で積分し，整理すると，

$$y = Ce^{-x} \quad (C \neq 0)$$

を得る。また，$y = 0$ も微分方程式を満たす。よって，一般解は

$$y = Ce^{-x} \quad (C \text{ は任意定数})$$

イ. $\dfrac{dy}{dx} = Y$ とおくと，Y は

$$\frac{dY}{dx} = -Y$$

を満たすので，アより，$Y = Ce^{-x}$ （C は任意定数）を得る。ここで，この両辺を x で積分し，整理すると，求める一般解は

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 \quad (C_1, C_2 \text{は任意定数})$$