令和７年度第１年次入学者一般選抜学力検査問題

数　　　学

注　意　事　項

1　試験開始の合図まで，問題冊子を開いてはいけません。

2　問題冊子の枚数は，表紙，白紙を含めて６枚です。

3　問題は４問あります。全問解答してください。

4　解答用紙が７枚と計算用紙が１枚あります。
試験開始の合図の後すぐに，すべての解答用紙と計算用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。

5　解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。解答を裏面に記入してはいけません。

6　解答は，必ず解答の過程を書き，結論を明示してください。

7　落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあれば，ただちに申し出てください。

8　試験終了時刻まで退出してはいけません。

9　問題冊子は持ち帰ってください。

このページは白紙です。

［１］　2次方程式$x^2-x-1=0$の2つの解をp，q（$|p|>|q|$）とし，一般項が

$$a_n=\frac{1}{\sqrt{5}}(p^n-q^n)\quad (n=1,2,3,\ \cdots)$$

で表される数列 $\{a_n\}$ がある。このとき，$|p|>|q|$より，すべての自然数nについて，a_n は0でない。数列$\{b_n\}$の一般項を

$$b_n=\frac{a_{n+1}}{a_n}\quad (n=1,2,3,\ \cdots)$$

によって定める。以下の問いに答えよ。

(1)　p，qを求めよ。

(2)　a_2，a_3を求めよ。

(3)　すべての自然数nについて，b_nが正の有理数であることを数学的帰納法により証明せよ。

(4)　$r>1$のとき，$\lim_{n\to\infty} r^n=\infty$を証明せよ。必要ならば，$h>0$に対して，$(1+h)^n=\sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, h^k$が成り立つことを用いてもよい。

(5)　$|r|<1$のとき，$\lim_{n\to\infty} r^n=0$を証明せよ。必要ならば，数列$\{c_n\}$が$\lim_{n\to\infty}|c_n|=0$ をみたすのならば，$\lim_{n\to\infty} c_n=0$が成り立つことを用いてもよい。

(6)　極限$\lim_{n\to\infty} b_n$を求めよ。

［２］　$\triangle$ABCにおいて，$AB=5$，$BC=7$，$CA=6$とし，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\angle BAC=\theta$ とする。また，$\triangle$ABCの内心をI，垂心をHとする。以下の問いに答えよ。

(1)　$\cos\theta$と内積$\vec{b}\cdot\vec{c}$を求めよ。

(2)　$\sin\theta$と$\triangle$ABCの面積Sを求めよ。

(3)　線分AIの延長と辺BCの交点をDとする。$\overrightarrow{AD}$を$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(4)　$\overrightarrow{AI}$を$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(5)　$\overrightarrow{AH}$を$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

［３］　以下の問いに答えよ。

(1)　等式 $\dfrac{1}{1-x^2}=\dfrac{a}{1-x}+\dfrac{b}{1+x}$ が x についての恒等式となるように，定数 a, b の値を定めよ。

(2)　定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos x}$ を求めよ。

(3)　定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos^3 x}$ を求めよ。必要ならば，

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos^3 x}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{(\tan x)'}{\cos x}dx$$

が成り立つことを用いてもよい。

(4)　$x=\tan\theta$ とおく置換積分法によって，定積分 $\displaystyle\int_0^1\sqrt{1+x^2}\,dx$ を求めよ。

(5)　座標平面上を運動する点Pの時刻 t における座標 $(x,\ y)$ が

$$x=\sin t,\quad y=\frac{1}{2}\cos 2t$$

で表される。

ア．点Pの時刻 t における速度ベクトル $\vec{v}=\left(\dfrac{dx}{dt},\ \dfrac{dy}{dt}\right)$ の大きさ $|\vec{v}|$ を時刻 t における点Pの速さという。点Pの速さ $|\vec{v}|$ の最大値を求めよ。

イ．$t=0$ から $t=\dfrac{\pi}{6}$ までの間に点Pが動く道のり L を求めよ。

［4］　以下の問いに答えよ。

(1)　数字0，1，2，3，4，5，6，7，8，9が1つずつ書かれた10個の玉が入っている袋から，玉を1個取り出し，数字を調べてからもとに戻す。この試行を3回続けて行うとき，取り出した玉に書かれた数字の和をSとする。

ア．$S = 3$である確率を求めよ。

イ．$S = 9$である確率を求めよ。

(2)　nを自然数とする。白玉7個，赤玉8個，青玉n個が入っている袋から，玉を同時に3個取り出すとき，取り出した3個の玉がすべて異なる色となる確率をp_nとする。

ア．p_1を求めよ。

イ．$\dfrac{p_{n+1}}{p_n}$を求めよ。

ウ．p_nが最大となるときのnの値を求めよ。