令和６年度第１年次入学者一般選抜学力検査問題

数　　学

注 意 事 項

1　試験開始の合図まで，問題冊子を開いてはいけません。

2　問題冊子の枚数は，表紙，白紙を含めて６枚です。

3　問題は４問あります。全問解答してください。

4　解答用紙が７枚と計算用紙が１枚あります。
試験開始の合図の後すぐに，すべての解答用紙と計算用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。

5　解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。解答を裏面に記入してはいけません。

6　落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあれば，ただちに申し出てください。

7　試験終了時刻まで退出してはいけません。

8　問題冊子は持ち帰ってください。

このページは白紙です。

［1］　6個の玉が入っている箱が1つある。以下の操作をn回繰り返した後に箱に入っている玉の個数をa_nとする。

操作：箱から2個の玉を取り出す。その後，箱に残っている玉の個数と同じ個数の玉を新たに箱へ入れる。

以下の問いに答えよ。

(1)　a_1を求めよ。

(2)　a_{n+1}とa_nの関係式を求めよ。

(3)　a_nをnの式で表せ。

(4)　a_nが初めて1000より大きくなるnの値を求めよ。

(5)　数列$\{b_n\}$を　$b_n = \dfrac{n}{2^n}\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$　により定めるとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} b_n = 0$　を証明せよ。必要ならば，自然数nに対して　$2^n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} {}_nC_k$　が成り立つことを用いてよい。

(6)　極限　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{2^n}$　を求めよ。

［２］　座標空間において，２点A（0，−4，6），B（−12，4，0）を直径の両端とする球面をSとし，Sがxy平面，yz平面，zx平面と交わってできる円をそれぞれC_1，C_2，C_3とする。そして，C_1，C_2，C_3の中心をそれぞれP_1，P_2，P_3とし，$\triangle P_1P_2P_3$の重心をGとする。以下の問いに答えよ。

(1)　球面Sの中心の座標を求めよ。

(2)　球面Sの方程式を求めよ。

(3)　円C_2の方程式を求めよ。

(4)　点Gの座標を求めよ。

(5)　四面体$AP_1P_2P_3$の体積Vを求めよ。

(6)　3点A，P_1，P_2の定める平面AP_1P_2上に点R（0，r，r）があるとき，rの値を求めよ。

［３］　$x>0$に対して，$f(x)=\frac{\log x}{x}$とする。そして，曲線$y=f(x)$上の点$\left(\sqrt{e},\ \frac{1}{2\sqrt{e}}\right)$における曲線$y=f(x)$の接線を$l$とする。以下の問いに答えよ。ただし，$\log x$ は自然対数を表し，e は自然対数の底とする。

(1)　関数 $y=f(x)$ を微分せよ。

(2)　接線 l の方程式を求めよ。

(3)　関数 $y=f(x)$ の極値を求めよ。

(4)　曲線 $y=f(x)$ の凹凸を調べ，変曲点を求めよ。

(5)　曲線 $y=f(x)$ とx軸および接線 l で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(6)　曲線 $y=f(x)$ とx軸および直線 $x=\sqrt{e}$ で囲まれた部分を，x軸の周りに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。

［４］　1個のさいころを3回投げたとき，出た目の数を順に a_1, a_2, a_3 とし，その3個の数の積 $a_1a_2a_3$ を N とする。以下の問いに答えよ。ただし，答えが分数になるときは既約分数で答えよ。

(1)　$N=3$ である確率を求めよ。

(2)　$N=4$ である確率を求めよ。

(3)　N が3の倍数である確率を求めよ。

(4)　N が4の倍数である確率を求めよ。

(5)　N が12の倍数である確率を求めよ。

(6)　N が4の倍数であったとき，3個の数 a_1, a_2, a_3 のうち少なくとも1個は奇数である確率を求めよ。