

令和6年度 豊橋技術科学大学第3年次入学者選抜学力検査問題

専 門 科 目 （ 応 用 数 学 ）

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図まで、この問題冊子と解答用紙を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、草稿用紙を含めて5枚です。
- 3 問題冊子とは別に解答用紙が3枚あります。解答は用紙の裏面にまわってはいけません。
- 4 問題は3問あります。全問解答してください。
- 5 試験開始の合図の後すぐに、すべての解答用紙の所定の箇所に受験番号を記入してください。
- 6 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 7 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 8 問題冊子の余白は草稿用として使用しても構いません。
- 9 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 10 問題冊子は持ち帰ってください。

(草稿用紙)

- [1] 3次元空間内の点  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ , 点  $P(x, y, z)$  の位置ベクトルを列ベクトルで表すことで, 点  $P_0$  を点  $P$  に対応させる線形変換  $f$  を次のように定義する。

$$f: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad \text{ただし, } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 線形変換  $f$  による点  $(5, -2, -2)$  の像の座標を求めよ。
- (2) 行列  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (3) 線形変換  $f$  によって動かない点の座標をすべて求めよ。

[ 2 ] 以下の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x,y) = \log(x^2 + y^2)$  について答えよ。

ア. 偏導関数  $f_x(x,y), f_y(x,y)$  をそれぞれ求めよ。

イ. 第2次偏導関数  $f_{xy}(x,y)$  を求めよ。

ウ. 第2次偏導関数の和  $f_{xx}(x,y) + f_{yy}(x,y)$  を求めよ。

(2) 以下の定積分および2重積分の値を求めよ。

ア.  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx$

イ.  $\iint_D y \cos x \, dx dy, \quad D = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 1\}$

ウ.  $\iint_D e^{-x^2} \, dx dy, \quad D = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$

[ 3 ] 以下の問いに答えよ。

(1) 1 から 6 までの番号がついている 6 枚のカードを入れた白色の袋と, 1 から 3 までの番号がついている 3 枚のカードを入れた赤色の袋がある。さらに, 白玉 4 個と赤玉 1 個を入れた壺がある。このとき, 壺から玉を 1 個取り出し, 取り出した玉が白玉の場合は白色の袋から 1 枚のカードを取り出し, 取り出した玉が赤玉の場合は赤色の袋から 1 枚のカードを取り出す。以下の問いに答えよ。ただし, 答えが分数になる場合は, 既約分数で答えよ。

ア. 取り出した玉が赤玉である確率を求めよ。

イ. 取り出した玉が赤玉であったときに, 取り出したカードの番号が 1 である確率を求めよ。

ウ. 取り出したカードの番号が 1 である確率を求めよ。

エ. 取り出したカードの番号が 1 であったときに, 取り出した玉が赤玉である確率を求めよ。

(2) 微分方程式  $m \frac{dv(t)}{dt} = mg - kv(t)$  の条件  $v(0) = 0$  をみたす解を  $v_1(t)$  とする。ただし,

$m, g, k$  は正の実数の定数とする。次の問いに答えよ。

ア.  $v_1(t)$  を求めよ。

イ. 曲線  $y = v_1(t)$  上の点  $(0, v_1(0))$  における接線の傾きを求めよ。

ウ. 極限  $\lim_{t \rightarrow \infty} v_1(t)$  を求めよ。