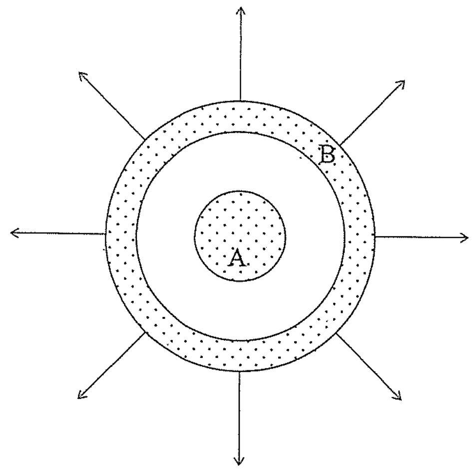
令和６年度　豊橋技術科学大学第３年次入学者選抜学力検査問題解答例

専門科目（２：電気・電子情報工学）

[1]

(1)

ア.



イ. 導体球Aの表面から導体球殻Bの内半径までの位置rに閉曲面をとって，ガウスの法則を適用すると，閉曲面内には電荷は存在しないため，

$$E_{rA} = 0$$

ウ. 導体球殻Bの外側の位置r $(r > c)$に閉曲面Sをとって，ガウスの法則を適用すると，

$$\int_S \boldsymbol{E}_{rB} \cdot d\boldsymbol{S} = 4\pi r^2 E_{rB} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

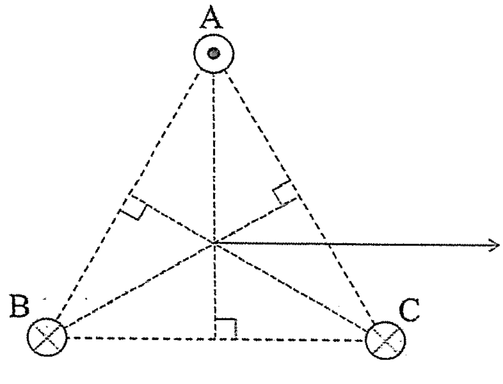
$$\therefore E_{rB} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

エ.

$$V_a = -\int_{\infty}^{c} E_{rB} dr - \int_{b}^{a} E_{rA} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 c}$$

(2)

ア.



イ．導体Aによって，正三角形の中心に作られる磁界の大きさH_Aは，アンペールの法則より，

$$H_A = \frac{2I}{2\pi\frac{d}{2}\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}}} = \frac{2I}{2\pi\frac{d}{2}\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \frac{\sqrt{3}I}{\pi d}$$

導体Bおよび導体Cによって，正三角形の中心に作られる磁界の大きさをそれぞれH_BおよびH_Cとすると，

$$H_B = H_C = \frac{H_A}{2} = \frac{\sqrt{3}I}{2\pi d}$$

H_A，H_BおよびH_Cの磁界の向きを図1-2(a)に示す。磁界の向きを考慮して3つの磁界の和をとると，

$$H_{cen} = H_{\mathrm{A}} + H_B\cos\frac{\pi}{3} + H_C\cos\frac{\pi}{3} = H_{\mathrm{A}} + \frac{H_A}{4} + \frac{H_A}{4}$$

$$= \frac{3H_A}{2} = \frac{3\sqrt{3}I}{2\pi d}$$

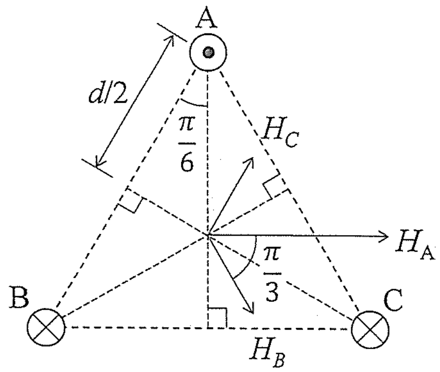


図1-2(a)

ウ．導体Aが導体Bによって発生する磁界によって，単位長さあたりに受ける力の大きさF_{AB}は，

$$F_{AB} = 2IB_{AB} = 2I \times \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi d}$$

ここで，B_{AB}は導体Bが導体Aの位置につくる磁束密度の大きさである。導体Aが導体Cによって発生する磁界によって，単位長さ当たりに受ける力の大きさF_{AC}もF_{AB}と同様である。F_{AB}とF_{AC}の向きを図1-2(b)に示す。したがって，導体Aに作用する単位長さ当たりの力の大きさF_Aは，

$$F_A = 2F_{AB}\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I^2}{\pi d}$$

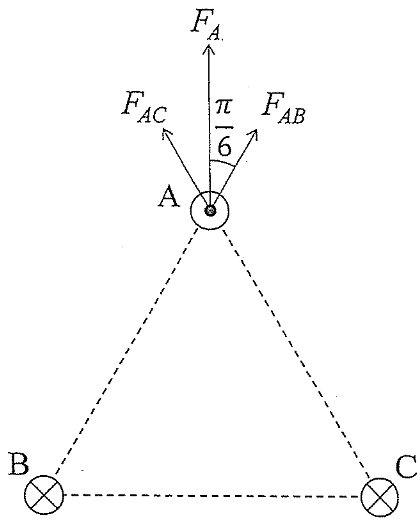


図1-2(b)

［２］

(1)

ア．

$$R_0 = \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} = \frac{R_1R_2+R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

イ．

$$V_3 = \frac{R_3}{R_2+R_3}E$$

ウ．重ね合わせの理より，

$$V_3 = \frac{R_3}{R_2+R_3}E + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}I = \frac{R_3}{R_2+R_3}(E+R_2I)$$

エ．時刻tにおけるコンデンサの電圧$V_c(t)$は，

$$E = R_0C\frac{dV_c}{dt} + V_c$$

$$V_c(t) = E\left(1 - e^{\frac{-t}{R_0C}}\right)$$

となる。したがって，$V_1(t)$は，

$$V_1(t) = E - V_c(t) = Ee^{\frac{-t}{R_0C}}$$

(2)

ア．

$$\boldsymbol{Z}_0 = \frac{j\omega L(j\omega L + j\omega L)}{j\omega L + j\omega L + j\omega L} = \frac{j2\omega L}{3}$$

イ．

抵抗Rの端子a-b間を開放したときの電圧$\boldsymbol{V}_0$は，

$$\boldsymbol{V}_0 = j\omega L\frac{\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2}{j3\omega L} + \boldsymbol{E}_2 = \frac{\boldsymbol{E}_1 + 2\boldsymbol{E}_2}{3}$$

テブナンの定理より，

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}_0}{\boldsymbol{Z}_0 + R} = \frac{\frac{\boldsymbol{E}_1 + 2\boldsymbol{E}_2}{3}}{\frac{j2\omega L}{3} + R} = \frac{\boldsymbol{E}_1 + 2\boldsymbol{E}_2}{3R + j2\omega L} = \frac{(\boldsymbol{E}_1 + 2\boldsymbol{E}_2)(3R - j2\omega L)}{9R^2 + 4\omega^2L^2}$$

$$= \frac{3R(\boldsymbol{E}_1 + 2\boldsymbol{E}_2) - j2\omega L(\boldsymbol{E}_1 + 2\boldsymbol{E}_2)}{9R^2 + 4\omega^2L^2}$$

[3]

(1) 図3-1に示すバイポーラトランジスタ回路において。

ア． R_c R_E V_Bを求める。

$$R_c = \frac{V_{cc} - V_c}{I_c} = \frac{5-3}{0.001} = 2\ \mathrm{k\Omega}$$

$$R_E = \frac{V_E}{I_c} = \frac{1}{0.001} = 1\ \mathrm{k\Omega} \qquad V_B = V_{BE} + V_E = 0.8 + 1 = 1.8\ \mathrm{V}$$

イ．上記の計算にもとづき，R_1 / R_2の値を求める。

$$V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = \frac{1}{1 + \dfrac{R_1}{R_2}} V_{CC}$$

$$\frac{V_{CC}}{V_B} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{V_{CC}}{V_B} - 1 = \frac{5}{1.8} - 1 = \frac{16}{9} \fallingdotseq 1.78$$

(2) 図3-2に示す反転増幅器について考える。

ア．演算増幅器の差動利得 A_dを無限大と仮定したときの，出力電圧 v_{out}と抵抗に流れる電流 i_1を求める。

$$v_{out} = -\frac{R_2}{R_1} v_1 \quad \text{なので} \quad v_{out} = -\frac{5\ \mathrm{k\Omega}}{1\ \mathrm{k\Omega}} \times 0.3 = -1.5\ \mathrm{V}$$

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{0.3\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{k\Omega}} = 0.3\ \mathrm{mA}$$

イ． A_dが100倍のときの出力電圧 v_{out}と電圧 v_{in}の関係は以下の通りとなる。

$$\frac{v_1 - v_{in}}{R_1} = -\frac{v_{out} - v_{in}}{R_2}$$

$$\frac{v_1 + \dfrac{v_{out}}{A_d}}{R_1} = -\frac{\dfrac{v_{out}}{A_d} + v_{out}}{R_2}$$

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_{out}}{A_d}\frac{1}{R_1} = -\frac{v_{out}}{A_d}\frac{1}{R_2} - \frac{v_{out}}{R_2}$$

$$\frac{v_1}{R_1} = \left(-\frac{1}{A_d}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right) - \frac{1}{R_2} \right) v_{out}$$

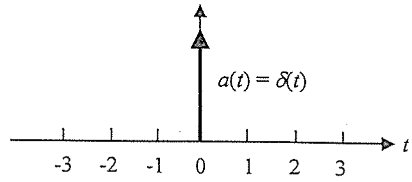
$$v_{out} = -\frac{v_1}{\dfrac{1}{A_d}\left(\dfrac{R_1}{R_2} + 1\right) + \dfrac{R_1}{R_2}}$$

$$= -\frac{0.3}{\dfrac{1}{100}\left(\dfrac{1}{5} + 1\right) + \dfrac{1}{5}} = -\frac{75}{53} \fallingdotseq -1.42\ \mathrm{V}$$

[４]

(1)

ア．連続時間信号$a(t)$はδ関数を表している。

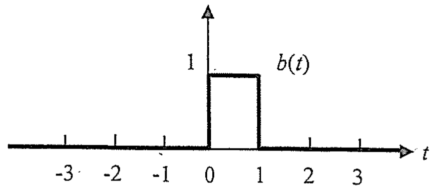


$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}a(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)e^{-j\omega t}dt=e^{0}=1$$

イ．連続時間信号$b(t)$は矩形パルス信号を表している。

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}b(t)\,e^{-j\omega t}dt=\int_{0}^{1}1\,e^{-j\omega t}dt=\frac{1}{-j\omega}\left[e^{-j\omega t}\right]_0^1$$

$$=\frac{e^{-j\omega}-1}{-j\omega}=j\frac{e^{-j\omega}-1}{\omega}\quad\left(=\frac{\sin\omega}{\omega}+j\frac{\cos\omega-1}{\omega}\right)$$

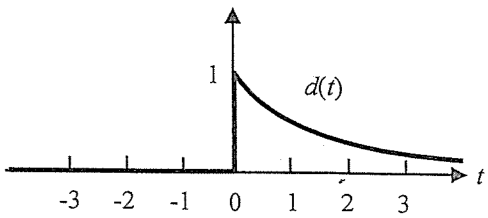


ウ．連続時間信号$c(t)$は単調減衰する信号を表している。

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}c(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{0}^{\infty}e^{-at}e^{-j\omega t}dt$$

$$=\int_{0}^{\infty}e^{-(a+j\omega)t}dt=\frac{1}{-(a+j\omega)}\left[e^{-(a+j\omega)t}\right]_0^{\infty}$$

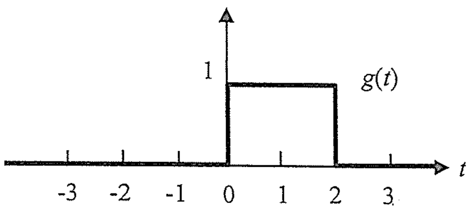
$$=\frac{1}{a+j\omega}=\frac{1}{a^2+\omega^2}(a-j\omega)$$



(2)

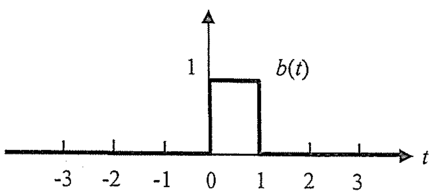
ア．インパルス応答

$$g(t)=\begin{cases}1 & (0\leqq t\leqq 2)\\ 0 & (t<0,\ 2<t)\end{cases}$$



入力される連続時間信号

$$b(t)=\begin{cases}1 & (0\leqq t\leqq 1)\\ 0 & (t<0,\ 1<t)\end{cases}$$

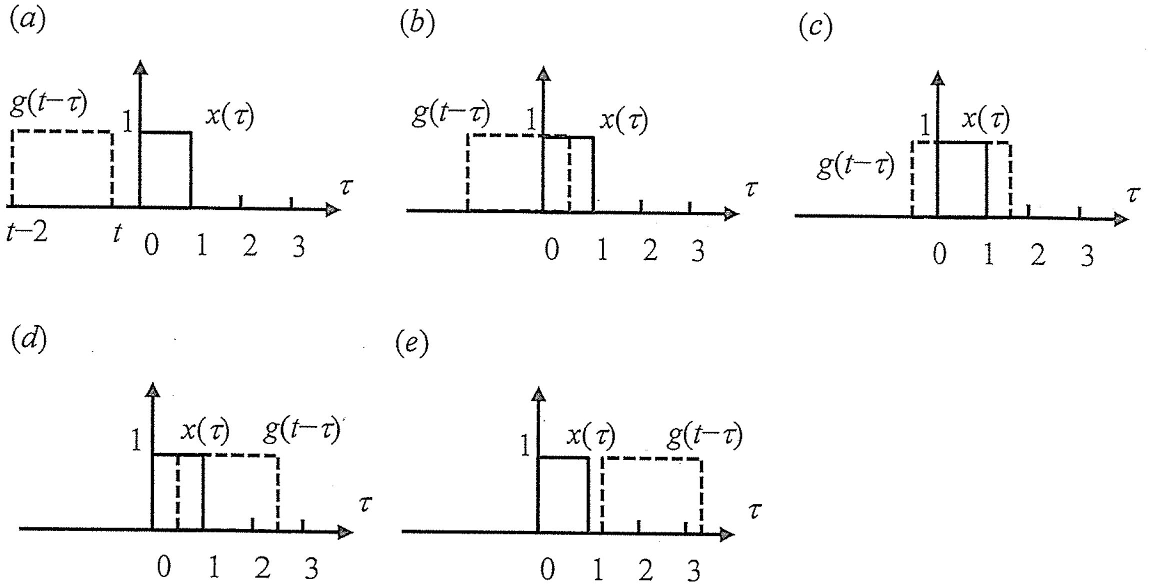


それぞれ時間軸τに移すと，

インパルス応答　$g(t-\tau)=\begin{cases}1 & (0\leqq t-\tau\leqq 2)\\ 0 & (t-\tau<0,\ 2<t-\tau)\end{cases}=\begin{cases}1 & (t-2\leqq \tau\leqq t)\\ 0 & (\tau<t-2,\ t<\tau)\end{cases}$

入力される連続時間信号　$b(\tau)=\begin{cases}1 & (0\leqq \tau\leqq 1)\\ 0 & (\tau<0,\ 1<\tau)\end{cases}$

以上から，各場合分けにおける波形の関係は下図のようになり，



$(a)\ t<0 \ \Rightarrow\ y(t)=0$

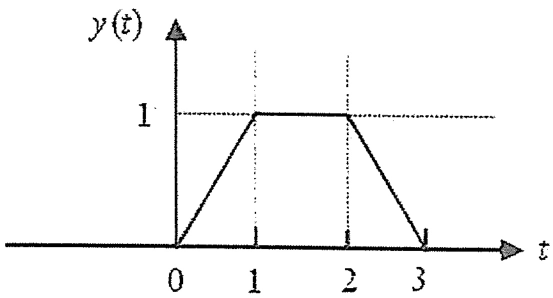
$(b)\ 0\leqq t<1 \ \Rightarrow\ y(t)=\int_0^t 1\cdot 1 d\tau=[\tau]_0^t=t$

$(c)\ 1\leqq t<2 \ \Rightarrow\ y(t)=\int_0^1 1\cdot 1 d\tau=[\tau]_0^1=1$

$(d)\ 2\leqq t<3 \ \Rightarrow\ y(t)=\int_{t-2}^1 1\cdot 1 d\tau=[\tau]_{t-2}^1=1-t+2=3-t$

$(e)\ 3\leqq t \ \Rightarrow\ y(t)=0$

イ．



[5]

(1) 気体の状態方程式$PV = nRT$より，物質量を n mol とすると，

$6.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times 0.010\ \mathrm{m^3} = n\ \mathrm{mol} \times 8.3\ \mathrm{Pa\ m^3\ K^{-1}\ mol^{-1}} \times 300\ \mathrm{K}$

よって$n = 6000\ \mathrm{Pa\ m^3}/(8.3 \times 300)\mathrm{Pa\ m^3\ mol^{-1}} = 2.409\cdots$ ≒ 2.4 mol

(2) 圧力一定なので，シャルルの法則より温度を T とすると，

$0.010\ \mathrm{m^3}/300\ \mathrm{K} = 0.015\ \mathrm{m^3}/T\ \mathrm{K}$, よって$T = (0.015\ \mathrm{m^3}/0.010\ \mathrm{m^3}) \times 300\ \mathrm{K} = 4.5 \times 10^2\ \mathrm{K}$

別解　気体の状態方程式$PV = nRT$より，温度を T とすると

$6.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times 0.015\ \mathrm{m^3} = 2.4\ \mathrm{mol} \times 8.3\ \mathrm{Pa\ m^3\ K^{-1}\ mol^{-1}} \times T\ \mathrm{K}$,

よって$T = 9000\ \mathrm{Pa\ m^3}/(2.4 \times 8.3)\ \mathrm{Pa\ m^3\ K^{-1}} = 451.8\cdots$ ≒ $4.5 \times 10^2\ \mathrm{K}$

熱量を Qとすると，$Q = \Delta U + P\Delta V$。$\Delta U = nC_v\Delta T$より

$\Delta U = 2.4\ \mathrm{mol} \times 12.5\ \mathrm{J\ K^{-1} mol^{-1}} \times (450 - 300)\ \mathrm{K} = 4500\ \mathrm{J}$

$P\Delta V = 6.0 \times 10^5\ \mathrm{N\ m^{-2}} \times (0.015 - 0.010)\ \mathrm{m^3} = 3000\ \mathrm{J}$

以上より，$Q = 4500\ \mathrm{J} + 3000\ \mathrm{J} = 7500\ \mathrm{J}$

別解　$Q = nC_p\Delta T = 2.4 \times 20.8 \times (450 - 300) = 7488$ ≒ 7500 J

(3) 温度一定なので，ボイルの法則より圧力を P とすると，

$P \times 0.015\ \mathrm{m^3} = 6.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times 0.010\ \mathrm{m^3}$,

よって$P = 6.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa} \times (0.010\ \mathrm{m^3}/0.015\ \mathrm{m^3}) = 4.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$

別解：気体の状態方程式$PV = nRT$より，圧力を P とすると

$P \times 0.015 = 2.4 \times 8.3 \times 300$, よって$P = (2.4 \times 8.3 \times 300)/0.015 = 3.984\cdots \times 10^5$ ≒ $4.0 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$

熱量を Qとすると，$Q = \Delta U + P\Delta V$。$\Delta U = nC_v\Delta T$より$\Delta T = 0$なので$\Delta U = 0$

$P\Delta V$について，P が一定ではないので気体の状態方程式を用いる

気体の状態方程式$PV = nRT$より，$P = nRT/V = (2.4 \times 8.3 \times 300)/V$

これを代入すると$P\Delta V = (2.4 \times 8.3 \times 300)\,\Delta V/V$, これを積分すると

$$(2.4 \times 8.3 \times 300)\int_{0.01}^{0.015} \frac{dV}{V} = 5976(\log_e 15 - \log_e 10)$$

$= 2390.4$ ≒ 2.4×10^3 J

$0.015 = 15 \times 10^{-3}, 0.01 = 10^{-2}$より，

$\log_e 0.015 = \log_e(15 \times 10^{-3}) = \log_e 15 + \log_e 10^{-3} = \log_e 15 - 3\log_e 10$

$\log_e 0.01 = \log_e 10^{-2} = -2\log_e 10$

$\log_e 0.015 - \log_e 0.01 = \log_e 15 - 3\log_e 10 - (-2\log_e 10) = \log_e 15 - \log_e 10$