

令和5年度 豊橋技術科学大学第3年次入学者選抜学力検査問題

専 門 科 目 （ 応 用 数 学 ）

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図まで、この問題冊子と解答用紙を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、草稿用紙を含めて5枚です。
- 3 問題冊子とは別に解答用紙が5枚あります。解答は用紙の裏面にまわってはいけません。
- 4 問題は3問あります。全問解答してください。
- 5 解答にかかる前に、すべての解答用紙の所定の箇所に受験番号を記入してください。
- 6 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 7 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 8 問題冊子の余白は草稿用として使用しても構いません。
- 9 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 10 問題冊子は持ち帰ってください。

(草稿用紙)

[1] $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 行列 A の固有値 λ_1, λ_2 ($\lambda_1 < \lambda_2$) を求めよ。
- (2) 任意の自然数 n に対して, $A^{n+1} = 3A^n - 2A^{n-1}$ が成り立つことを示せ。
ただし, $A^0 = E$ とする。
- (3) 実数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}, \{d_n\}$ を

$$A^{n+1} - \lambda_1 A^n = a_n A + b_n E, \quad A^{n+1} - \lambda_2 A^n = c_n A + d_n E \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。ただし, λ_1, λ_2 を(1)で求めた A の固有値とする。このとき,
 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}, \{d_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

- (4) A^n を求めよ。ただし, n は自然数とする。

[2] 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x, y) = (2y^2 + 3y - 2) \sin((2x + y)\pi)$ について答えよ。

ア. 偏導関数 f_x, f_y をそれぞれ求めよ。

イ. $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ において, $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ をみたす点 (x, y) をすべて求めよ。

(2) 次の重積分の値を求めよ。

ア. $\iint_D y \sin(x + y) dx dy, D = \{(x, y) \mid x + y \leq \pi, x \geq 0, y \geq 0\}$

イ. $\iint_D xy dx dy, D = \{(x, y) \mid |x - \frac{1}{\sqrt{3}}y| \leq 1, |x + \frac{1}{\sqrt{3}}y| \leq 2\}$

[3] 以下の問いに答えよ。

(1) 赤玉3個，青玉3個，白玉4個が入った袋がある。次の問いに答えよ。ただし，答えが分数になる場合は，既約分数で答えよ。

ア．袋から1個ずつ順に3個の玉を取り出す。ただし，取り出した玉はもとに戻さない。このとき，取り出した3個の玉が赤，青，白の順で取り出される確率を求めよ。

イ．袋から同時に3個の玉を取り出すとき，取り出された3個の玉がすべて同じ色である確率を求めよ。

ウ．赤玉を1点，青玉を2点，白玉を3点として，袋から同時に2個の玉を取り出すとき，取り出された2個の玉の点数の合計が偶数である確率を求めよ。

(2) 次の問いに答えよ。

ア．微分方程式 $\frac{dy}{dx} = e^x y^2$ を解け。

イ．アで得られた解の中で $x=0$ のとき $y=1$ をみたす関数の $-1 \leq x \leq 0$ における最小値を求めよ。