令和５年度　豊橋技術科学大学第３年次入学者選抜学力検査問題解答例

専門科目（１：機械工学）

［１］

(1)

ア．体積流量は管断面積と速度の積で表され，

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \pi u_1$$

イ．密度は一定であるため，上流円管内の体積流量と下流円管内の体積流量は等しく，

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \pi u_1 = \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \pi u_2$$

$$u_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 u_1$$

ウ．ベルヌーイの定理と，設問(1)イで求めたu_2の式を用い

$$p_1 + \frac{\rho u_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho u_2^2}{2}$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho u_1^2}{2} - \rho \frac{\left\{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 u_1\right\}^2}{2}$$

$$= p_1 + \left(\frac{\rho u_1^2}{2}\right)\left\{1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4\right\}$$

エ．静水圧の理論より，上流円管内の流体の全圧と水面高さの関係を用い，

$$p_\mathrm{a} + \rho g h = p_1 + \frac{\rho u_1^2}{2}$$

$$h = \frac{(p_1 - p_\mathrm{a})}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g}$$

(2)

ア．球の前面投影面積に抗力係数および動圧を乗じ，

$$D = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi C_\mathrm{d} \left(\frac{\rho u_1^2}{2}\right) = \frac{C_\mathrm{d} \rho a^2 u_1^2 \pi}{8}$$

イ．作用反作用の法則より，流体が球から受ける力はDとなり，これは球を通過することによる流体の運動量の低下量に等しくなるため，

$$D = M_1 - M_2$$

ウ．単位時間あたりに通過する流体の運動量は，質量流量に速度を乗じたものとなるため，

$$M_1 = \rho u_1 \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 \pi u_1 = \frac{\rho\left(u_1 d_1\right)^2 \pi}{4}$$

同様に

$$M_2 = \frac{\rho\left(u_2 d_2\right)^2 \pi}{4}$$

これに設問(1)イで求めたu_2の式を代入し，

$$M_2 = \rho\left\{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 u_1 d_2\right\}^2 \frac{\pi}{4}$$

$$= \rho\left(\frac{u_1 d_1^2}{d_2}\right)^2 \frac{\pi}{4}$$

［2］

(1)

体積は熱力学的諸量であり，圧力と温度の関数として与えられる．すなわち　$V=V(P,T)$.
この関係式の全微分を取ると以下を得る。

$$dV=\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP+\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$$

等温圧縮率κ_T，体膨張率αの定義より，$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T=-V\cdot\kappa_T$　および　$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P=V\cdot\alpha$

$$\therefore\quad dV=V(-\kappa_T dP+\alpha dT)$$

(2)

ア．1 モルの理想気体の状態方程式は　$PV=R_0T$

イ．状態方程式より $V=R_0T\cdot P^{-1}$．すなわち

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T=-\frac{R_0T}{P^2}=-\frac{PV}{P^2}=-\frac{V}{P}\ ,\qquad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P=\frac{R_0}{P}=\left(\frac{PV}{T}\right)\cdot\frac{1}{P}=\frac{V}{T}$$

$$\therefore\quad \kappa_T=-\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T=-\frac{1}{V}\cdot\left(-\frac{V}{P}\right)=\frac{1}{P}\ ,\quad \alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P=\frac{1}{V}\cdot\left(\frac{V}{T}\right)=\frac{1}{T}$$

ウ．上記と同様にしてβを求める。状態方程式より $P=R_0T\cdot V^{-1}$。すなわち

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{R_0}{V}=\left(\frac{PV}{T}\right)\cdot\frac{1}{V}=\frac{P}{T}$$

つまり

$$\beta=\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{P}{T}=\frac{\alpha}{\kappa_T}$$

(3)

ア．定数bは分子間力により分子同士が引き合うことで壁にぶつかる分子の運動量を低減させる効果を表し，定数cは 1 mol の分子自身の体積の効果を表す。したがって正しい記述内容は(a)のみである。

イ．定数cが 0 と仮定できる場合，実在気体の状態方程式は以下となる。

$$\left(P+\frac{b}{V^2}\right)V=R_0T\qquad\therefore\quad PV+\frac{b}{V}=R_0T\ \ldots.(*)$$

(*)の両辺を温度一定条件下で圧力で微分すると以下を得る。

$$\left[\frac{\partial}{\partial P}\left(PV+\frac{b}{V}\right)\right]_T=\left[\frac{\partial}{\partial P}(R_0T)\right]_T,\qquad \therefore V+\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T P-b\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T V^{-2}=0$$

すなわち

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T (P - bV^{-2}) = -V \qquad \text{あるいは} \qquad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{V}{P - bV^{-2}}$$

したがって

$$\kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{1}{V}\cdot\left(-\frac{V}{P - bV^{-2}}\right) = \frac{1}{P - bV^{-2}}$$

$(*)$の両辺を圧力一定条件下で温度で微分すると以下を得る。

$$\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(PV + \frac{b}{V}\right)\right]_P = \left[\frac{\partial}{\partial T}(R_0 T)\right]_P, \qquad \therefore\ P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - b\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P V^{-2} = R_0$$

すなわち

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P (P - bV^{-2}) = R_0 \qquad \text{あるいは} \qquad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R_0}{P - bV^{-2}}$$

したがって

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V}\cdot\left(\frac{R_0}{P - bV^{-2}}\right) = \frac{1}{P - bV^{-2}}\cdot\frac{P + bV^{-2}}{T}$$

ウ．上記と同様にしてβを求める．$(*)$の両辺を体積一定条件下で温度で微分すると以下を得る。

$$\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(PV + \frac{b}{V}\right)\right]_V = \left[\frac{\partial}{\partial T}(R_0 T)\right]_V, \qquad \therefore\ V\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = R_0$$

すなわち

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \beta = \frac{R_0}{V}$$

イより等温圧縮率κ_T，体膨張率αは以下である。

$$\kappa_T = \frac{1}{P - bV^{-2}}, \quad \alpha = \frac{1}{V}\cdot\left(\frac{R_0}{P - bV^{-2}}\right) = \frac{R_0}{V}\cdot\frac{1}{P - bV^{-2}}$$

以上より

$$\alpha = \frac{R_0}{V}\cdot\kappa_T = \beta\kappa_T, \qquad \therefore\ \beta = \frac{\alpha}{\kappa_T}$$

［３］

(1)　丸棒1に働く内力は P_0[N]であり，フックの法則より次式が成立する。

$$\frac{P_0}{A}=E\frac{\delta}{L}$$

よって，$P_0=\dfrac{EA\delta}{L}$[N]である。

(2)　$P=P_0$のとき，丸棒1は引張応力により変形するが，丸棒2は変形していない。よって，丸棒1が持つひずみエネルギーのみを考慮すればよい。

$U=\dfrac{1}{2}E\left(\dfrac{\delta}{L}\right)^2\cdot AL=\dfrac{EA\delta^2}{2L}$[J]である。

(3)　力のつり合いより，$R_1+P+R_2=0$が成立する。よって，

$R_2=-R_1-P$[N]である。

(4)　丸棒2に働く内力を N_2 とすると，力のつり合いより，$R_1+P+N_2=0$が成立する．フックの法則より次式が成立する。

$$\frac{N_2}{3A}=\frac{-R_1-P}{3A}=E\frac{\lambda_2}{L}$$

よって，$\lambda_2=-\dfrac{R_1+P}{3A}\cdot\dfrac{L}{E}$[m]である。

(5)　丸棒1に働く内力を N_1 とすると，力のつり合いより，$R_1+N_1=0$が成立する。フックの法則より，$\dfrac{N_1}{A}=\dfrac{-R_1}{A}=E\dfrac{\lambda_1}{L}$が成立する。よって $\lambda_1=-\dfrac{R_1L}{EA}$[m]である。

題意より $\lambda_1+\lambda_2=\delta$なので，　$-\dfrac{R_1L}{EA}-\dfrac{R_1+P}{3A}\cdot\dfrac{L}{E}=\delta$[m]となる。

$$-\frac{3R_1L}{3EA}-\frac{R_1L+PL}{3EA}=\delta$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{-4R_1L-PL}{3EA}=\delta \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{4R_1L}{3EA}=\delta+\frac{PL}{3EA} \quad \Leftrightarrow \quad R_1=-\frac{3EA}{4L}\delta-\frac{P}{4}\,[\mathrm{N}]$$ である。

[4]

(1)

ア	(2) 面心立方構造	イ	(5) $\sqrt{2}a/2$
ウ	(6) $\sqrt{3}a/3$	エ	(11) 格子欠陥
オ	(13) 原子空孔	カ	(19) 置換
キ	(20) 侵入	ク	(17) 拡散
ケ	(24) 高く	コ	(22) 速く
サ	(14) 転位	シ	(3) バーガースベクトル
ス	(9) m^{-2}	セ	(15) 結晶粒界
ソ	(16) 結晶粒	タ	(25) 微細化

(2)

A	(1) 体心立方	B	(2) 面心立方
C	(12) 収縮	D	(10) 高い
E	(31) 0.77	F	(14) α 相
G	(26) 炭化	H	(20) 層状
I	(6) パーライト	J	(23) 晶出
K	(24) 共晶	L	(5) マルテンサイト
M	(8) 焼入れ	N	(9) 焼戻し