

## 令和5年度第1年次入学者一般選抜学力検査問題

# 数 学

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図まで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、白紙を含めて6枚です。
- 3 問題は4問あります。全問解答してください。
- 4 解答用紙が7枚と計算用紙が1枚あります。  
試験開始の合図の後すぐに、すべての解答用紙と計算用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。
- 5 解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。解答を裏面に記入してはいけません。
- 6 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 7 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 8 問題冊子は持ち帰ってください。

このページは白紙です。

[1] 以下の問いに答えよ。

(1) 数列  $\{a_n\}$  の初項  $a_1$  から第  $n$  項  $a_n$  までの和を  $S_n$  とする。この数列  $\{a_n\}$  が、すべての自然数  $n$  に対して

$$S_n = \frac{8 - a_n}{3}$$

を満たすとき、以下の問いに答えよ。

ア.  $a_1$  を求めよ。

イ. 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

ウ. 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ。

エ.  $S_n > 2.65$  となる最小の自然数  $n$  を求めよ。

(2) 次の極限を求めよ。

ア.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 5} - x + 2)$

イ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{4x \sin 3x}$

[2]  $a$  を実数の定数とする。2つの曲線  $y = x^2$ ,  $y = \log x + a$  が共有点  $P$  をもち、点  $P$  において共通の接線  $L$  をもつとする。また、点  $P$  を通り接線  $L$  と垂直に交わる直線を  $N$  とする。以下の問いに答えよ。

(1) 定数  $a$  の値を求めよ。

(2) 接線  $L$  の方程式を求めよ。

(3) 直線  $N$  の方程式を求めよ。

(4) 接線  $L$ , 直線  $N$ , および  $y$  軸で囲まれた図形  $D$  の面積  $S$  を求めよ。

(5) 原点  $O$  を通り, (4) で求めた図形  $D$  の面積  $S$  を 2 等分する直線の方程式を求めよ。

[ 3 ] 以下の問いに答えよ。

- (1) 関数  $y = x + 2 \sin x$  の第1次導関数  $y'$  と第2次導関数  $y''$  を求めよ。
- (2) 関数  $y = x + 2 \sin x$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ ) の極値を求めよ。
- (3) 不定積分  $\int x \sin x dx$  を求めよ。
- (4) 曲線  $y = x + 2 \sin x$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ ) と直線  $y = x$  で囲まれた2つの部分を, それぞれ  $x$  軸の周りに1回転させてできる2つの立体の体積の和  $V$  を求めよ。

[4] 袋Aには白玉4個，赤玉2個，袋Bには白玉5個，赤玉3個が入っている。  
以下の問いに答えよ。ただし，答えが分数になるときは既約分数で答えよ。

- (1) 袋Aから玉を1個取り出す。このとき，取り出した玉が白玉である確率を求めよ。
- (2) 袋Aから玉を1個取り出し，それをもとに戻さないで，続いて袋Aから玉をもう1個取り出す。このとき，取り出した玉が2個とも白玉である確率を求めよ。
- (3) 袋Aから玉を1個取り出し，色を調べてからもとに戻す。この試行を5回続けて行うとき，5回目に3度目の白玉が出る確率を求めよ。
- (4) 袋Aから1個の玉を取り出して袋Bに入れ，よくかき混ぜる。次に，袋Bから1個の玉を取り出して袋Aに入れる。このとき，袋Aの白玉の個数が4個である確率を求めよ。
- (5) 袋Aから1個の玉を取り出して袋Bに入れ，よくかき混ぜる。次に，袋Bから1個の玉を取り出して袋Aに入れ，よくかき混ぜる。そして，袋Aから1個の玉を取り出すとき，それが白玉である確率を求めよ。