

令和4年度 豊橋技術科学大学第3年次入学者選抜学力検査問題

専 門 科 目 （ 応 用 数 学 ）

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図まで、この問題冊子と解答用紙を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、草稿用紙を含めて5枚です。
- 3 問題冊子とは別に解答用紙が3枚あります。解答は用紙の裏面にまわってはいけません。
- 4 問題は3問あります。全問解答してください。
- 5 解答にかかる前に、すべての解答用紙の所定の箇所に受験番号を記入してください。
- 6 解答は必ず各問題別の解答用紙の所定の欄に記入してください。
- 7 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 8 問題冊子の余白は草稿用として使用しても構いません。
- 9 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 10 問題冊子は持ち帰ってください。

(草 稿 用 紙)

[1] $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) ベクトル v は行列 A の固有ベクトルであることを示せ。また, v に対応する A の固有値を求めよ。

(2) 3次元空間内のある平面 α を考え, その上の任意の点 P を (x, y, z) とする。この α がベクトル v に垂直で, かつ3次元空間の原点を通るとき, この平面 α を表す式を, x, y, z を用いて求めよ。

(3) ベクトル $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ に対して, 線形変換 f を $f(x) = Ax$ で与える。このとき, (2) で求めた平面 α 上の任意の点 Q を f によって移動した点 Q' も平面 α 上の点となることを示せ。

[2] 関数の微分積分に関連する以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x, y) = e^{ax} \cos by$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a, b は実数の定数とする。

ア. 2次偏導関数 f_{xx}, f_{yy}, f_{xy} を求めよ。

イ. $f(x, y)$ のマクローリン展開を2次の項まで求めよ。

(2) 次の重積分を計算せよ。

ア. $\iint_D x^2 y dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$

イ. $\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$

[3] 以下の問いに答えよ。

(1) 1,2,3,4のうち一つの数字が書かれたカードがそれぞれ1枚ずつ、合計4枚のカードが箱の中に入っている。次の問いに答えよ。ただし、答えが分数になる場合は既約分数で答えよ。

ア. 箱からカードを1枚取り出して箱に戻すことを4回続けて行うとき、4回とも同じ数字のカードを取り出す確率を求めよ。

イ. 箱からカードを1枚取り出して箱に戻すことを4回続けて行うとき、同じ数字のカードを2回以上取り出す確率を求めよ。

ウ. 箱からカードを1枚ずつ順に4枚すべてを取り出すとき、最初に偶数、最後に奇数が書かれたカードを取り出す確率を求めよ。

(2) 次の問いに答えよ。

ア. $x=0$ のとき $y=4$ を満たす微分方程式 $\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{16}y^2$ の解を求めよ。

イ. xy 平面上で、アで得られた解が表す曲線と、 $x=0$, $x=4$, $y=0$ の3つの直線で囲まれる領域に含まれる点 (x,y) のうち、 x, y が共に自然数となる点の数を求めよ。ただし、境界上の点は含まないものとする。