

令和4年度第1年次入学者一般選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図まで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題冊子の枚数は、表紙、白紙を含めて6枚です。
- 3 問題は4問あります。全問解答してください。
- 4 解答用紙が7枚と計算用紙が1枚あります。
すべての解答用紙と計算用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。
- 5 解答は解答用紙の所定の欄に記入してください。解答を裏面に記入してはいけません。
- 6 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあれば、ただちに申し出てください。
- 7 試験終了時刻まで退出してはいけません。
- 8 問題冊子は持ち帰ってください。

このページは白紙です。

[1] a, b を $a \geq b$ をみたす正の定数とする。下図のように、正三角形 $A_0B_0C_0$ において、各辺 A_0B_0, B_0C_0, C_0A_0 を $a:b$ に内分する点をそれぞれ A_1, B_1, C_1 とし、その3点を頂点とする正三角形 $A_1B_1C_1$ を作る。次に正三角形 $A_1B_1C_1$ において、各辺 A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 を $a:b$ に内分する点をそれぞれ A_2, B_2, C_2 とし、その3点を頂点とする正三角形 $A_2B_2C_2$ を作る。このようにして無数の正三角形 $\triangle A_1B_1C_1, \triangle A_2B_2C_2, \dots, \triangle A_nB_nC_n, \dots$ を作る。

このとき、正三角形 $A_nB_nC_n$ ($n=0,1,2,\dots$) の1辺の長さを l_n 、その面積を S_n 、 $T_n = S_n - S_{n+1}$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $a=b=1, l_0=1$ とする。以下の問いに答えよ。

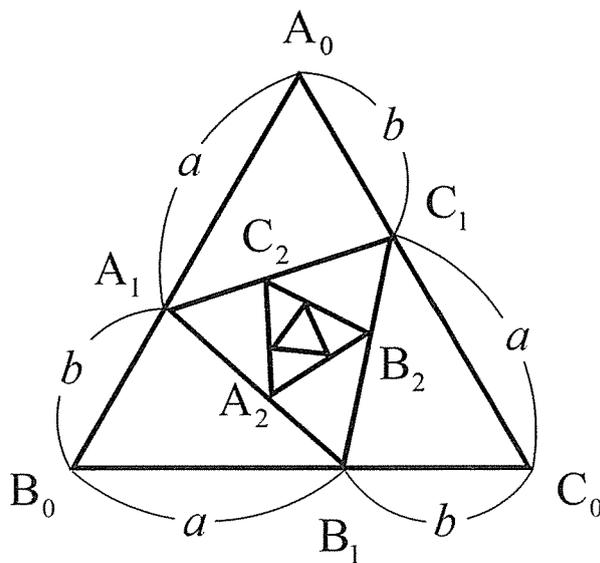
ア. 面積 S_1 を求めよ。

イ. S_{n+1} と S_n の関係式を求めよ。

ウ. $\sum_{n=0}^{\infty} S_n$ を求めよ。

(2) $a \neq b$ とする。 T_n を a, b, l_n を用いて表せ。

(3) $S_{n+1} = \frac{1}{3}S_n$ を満たすように定数 a, b を定めるとき、 $\frac{a}{b}$ の値を求めよ。



[2] 不等式 $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 \leq 0$ の表す領域を D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 領域 D を解答用紙の座標平面上に図示せよ。
- (2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $2x+1$ の最大値を求めよ。
- (3) 点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $x^2 + y^2$ の最大値を求めよ。
- (4) 点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $\frac{y}{x}$ の最小値を求めよ。

[3] Oを原点とする座標平面上を運動する点Pの時刻 t における座標 (x, y) が

$$x = e^{-t} \sin t, \quad y = e^{-t} \cos t \quad (t \geq 0)$$

で表される。以下の問いに答えよ。ただし、ベクトル $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)$ を記号 \vec{v} を用いて

$$\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)$$

と表し、この \vec{v} を時刻 t における点Pの速度という。さらに、時刻 t における点Pの速度 \vec{v} の大きさ $|\vec{v}|$ を時刻 t における点Pの速さという。

- (1) 時刻 $t=0$ における点Pの速度を求めよ。
- (2) t_1 を $t_1 \geq 0$ を満たす定数とする。時刻 $t=t_1$ における点Pの速さが、時刻 $t=0$ における点Pの速さの $\frac{1}{3}$ となる定数 t_1 を求めよ。
- (3) 時刻 $t=0$ から時刻 $t=1$ までに点Pが動く道のり L を求めよ。
- (4) t_2 を $t_2 \geq 0$ を満たす定数とする。時刻 $t=t_2$ における点Pについて、ベクトル \overline{OP} とその点Pの速度のなす角 θ を求めよ。 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。

[4] 箱 A の中に, 1 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。
箱 B の中に, 0 から 9 までの整数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。以
下の問いに答えよ。ただし, 答えが分数となる場合は既約分数で答えよ。

- (1) 箱 A の中から同時に 3 枚のカードを無作為に取り出す。取り出した 3 枚のカードに書かれている数が, すべて素数である確率を求めよ。
- (2) 箱 A, 箱 B の中からそれぞれ 1 枚のカードを無作為に取り出す。箱 A から取り出したカードに書かれている数を S とし, 箱 B から取り出したカードに書かれている数を T とするとき, S の T 乗の値が 1 である確率を求めよ。
- (3) 箱 B の中から同時に 3 枚のカードを無作為に取り出す。取り出した 3 枚のカードに書かれている数を, 大きい順に百の位から並べて 3 桁の整数をつくるとき, その 3 桁の整数は何通りあるか答えよ。
- (4) 箱 B の中から同時に 3 枚のカードを無作為に取り出す。取り出した 3 枚のカードに書かれている数を, 大きい順に百の位から並べて 3 桁の整数をつくるとき, その 3 桁の整数が 5 の倍数である確率を求めよ。
- (5) 箱 A の中から 1 枚のカードを, 箱 B の中から同時に 2 枚のカードを無作為に取り出す。取り出した 3 枚のカードに書かれている 3 つの数の積が, 0 を除く 3 の倍数である確率を求めよ。