令和３年度　豊橋技術科学大学第３年次入学者選抜学力検査問題解答例

専門科目（２：電気・電子情報工学）

［１］

(1)

ア． $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

イ．無限長直線導体Lを流れる電流によって生じる磁束密度Bは，棒状導体と常に直交する。図１のように，棒状導体が速さvで時間tだけ移動したとき，その移動距離はvtとなるので，棒状導体が鎖交する磁束Φは，

$$\Phi=vt\int_{x-{a}/{2}}^{x+{a}/{2}}B\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 Ivt}{2\pi}\int_{x-{a}/{2}}^{x+{a}/{2}}\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 Ivt}{2\pi}[\log x]_{x-{a}/{2}}^{x+{a}/{2}}=\frac{\mu_0 Ivt}{2\pi}\log\frac{x+{a}/{2}}{x-{a}/{2}}$$

となる。これより，棒状導体の両端間に生じる誘導起電力の大きさEは

$$E=\left|-\frac{d\Phi}{dt}\right|=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\log\frac{x+{a}/{2}}{x-{a}/{2}}$$

(2)

ア．金属導体球内（$r<a$）の電荷は0（導体球に与えられた電荷Qは導体球表面に分布）である。よって，$r<a$における電界の大きさは

$E=0$

誘電体球殻内部（$a\leqq r<b$）の電荷はQ，電界Eは導体球および誘電体球殻の中心から放射状方向に発生する。半径rの同心球殻表面に対してガウスの法則を適用すると，

$$4\pi r^2\cdot E=\frac{Q}{\varepsilon}$$

よって，$a\leqq r<b$における電界の大きさは

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

誘電体球殻外（$r\geqq b$）においても同様に，半径rの同心球殻表面に対してガウスの法則を適用すると，

$$4\pi r^2\cdot E=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

よって，$r\geqq b$における電界の大きさは

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

イ．金属導体球表面（$r=a$）の電位は

$$V=-\int_{\infty}^{b}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r-\int_{b}^{a}\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}+\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b}+\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\right)$$

ウ．金属導体球の静電容量Cは$Q=CV$より

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{1}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 b}+\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}=\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{b}+\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}$$

［２］

(1)

ア．閉回路を流れる電流I_0は　$I_0=\dfrac{E_1-E_2}{R_1+R_2}$

$$V_0=E_1-R_1I_0=E_1-R_1\frac{E_1-E_2}{R_1+R_2}=\frac{E_1R_2+E_2R_1}{R_1+R_2}$$

または、$V_0=E_2+R_2I_0=E_2+R_2\dfrac{E_1-E_2}{R_1+R_2}=\dfrac{E_1R_2+E_2R_1}{R_1+R_2}$

イ．端子a-bから見た内部抵抗R_0はR_1, R_2の並列抵抗なので

$$R_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

ウ．鳳ーテブナンの定理を用いて

$$I=\frac{V_0}{R_0+R_3}=\frac{E_1R_2+E_2R_1}{(R_1+R_2)(R_0+R_3)}=\frac{4\times5+2\times1}{(1+5)\left(5/6+2\right)}=\frac{22}{17}$$　答え $\dfrac{22}{17}$A

(2)

ア．電源E, 抵抗R, インダクタLが作る閉回路の回路方程式は，t秒後にインダクタに流れる電流を$i_1(t)$と置くと

$$Ri_1(t)+L\frac{di_1}{dt}=E$$

定常解をi_{1s}, 過渡解をi_{1t}と置くと，$di_{1s}/dt=0$であるから，

$$i_{1s}=\frac{E}{R}$$

次に，過渡解は$E=0$とすると，

$$Ri_1(t)+L\frac{di_1}{dt}=0$$

$$i_{1t}=Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

よって一般解は，

$$i_1(t)=i_{1s}+i_{1t}=\frac{E}{R}+Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

$i_1(0)=0$より，$A=-\dfrac{E}{R}$が求まるため，

$$i_1(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

イ．

電源E，抵抗$2R$，コンデンサCが作る閉回路の回路方程式は，t秒後にコンデンサに蓄えられる電荷を$q_2(t)$と置くと

$$2R\frac{dq_2}{dt}+\frac{q_2}{C}=E$$

定常解をq_{2s}，過渡解をq_{2t}と置くと，$dq_{2s}/dt=0$であるから，

$$q_{2s}=CE$$

次に，過渡解は$E=0$とすると，

$$2R\frac{dq_{2t}}{dt}+\frac{q_{2t}}{C}=0$$

$$q_{2t}=Ae^{-\frac{1}{2CR}t}$$

よって一般解は，

$$q_2(t)=q_{2s}+q_{2t}=CE+Ae^{-\frac{1}{2CR}t}$$

$q_2(0)=0$より，$A=-CE$が求まるため，

$$q_2(t)=CE\left(1-e^{-\frac{1}{2CR}t}\right)$$

よって，コンデンサの電圧$v_C(t)$は，

$$v_C(t)=\frac{q_2(t)}{C}=E\left(1-e^{-\frac{1}{2CR}t}\right)$$

抵抗の電圧$v_2(t)$は，

$$v_2(t)=E-v_C(t)=Ee^{-\frac{1}{2CR}t}$$

ウ．電源に流れる電流$i(t)$は，

$$i(t)=i_1(t)+i_2(t)=i_1(t)+\frac{v_2(t)}{2R}=\frac{E}{2R}e^{-\frac{1}{2CR}t}+\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$=\frac{E}{R}\left(1+\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2CR}t}-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

［３］

(1)

ア． $\beta=\frac{i_c}{i_b}$

イ． $\alpha=\frac{i_c}{i_e}$

ウ． $\beta=\frac{i_c}{i_b}=\frac{i_c}{i_e-i_c}=\frac{i_c/i_e}{1-i_c/i_e}=\frac{\alpha}{1-\alpha}$

(2)

ア．抵抗の比率よりD_1に流れる電流I_1はD_2に流れる電流I_2の2倍となる．

これより $I_1=2I_2$ ．

イ．R_0の電流をIとした場合，R_0，R_2，D_2の端子間電圧，およびIに関しそれぞれ下記の式が求まる．

$$RI+4RI_2+V_F=V$$

$$I=I_1+I_2$$

これより，I_2を求めると，$I_2=\frac{V-V_F}{7R}$ ．

ウ．上記のア，およびイから$I_1=2I_2=2\left(\frac{V-V_F}{7R}\right)$ ．

(3) R_1，R_2，またトランジスタのベース-エミッタ間の電流をそれぞれI_1，I_2，I_3とした場合，$I_2 \gg I_3$の関係より，$I_1 \cong I_2$となる．これより，

$$V_{out}=(R_1+R_2)I_1 \ .$$

また，V_{th}を用いて，$I_1 \cong I_2=\frac{V_{th}}{R_2}$ ．

これより，$V_{out}=(R_1+R_2)\frac{V_{th}}{R_2}\ \left(=\frac{R_1+R_2}{R_2}V_{th}\right)$ ．

[4]

(1)　$x(t)+y(t)=\sqrt{3}\cos(2\pi t)-\sin(2\pi t)$

$$=A\cos(2\pi f_0 t+\theta)=A\cos\theta\cos(2\pi f_0 t)-A\sin\theta\sin(2\pi f_0 t)$$ より

$A\cos\theta=\sqrt{3}$,　$A\sin\theta=1$　なので，

$$A=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2,\quad f_0=1,\quad \theta=\tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6},\quad P=\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt=\frac{A^2}{2}=2$$

(2)　二つの正弦波を掛け合わせると，元の二つの周波数の和と差の周波数をもつ成分が現れるので，最高周波数は和の周波数成分であり $1+3=4$ となる。

もしくは，計算すると $x(t)z(t)=2\sqrt{3}\cos(2\pi t)\cos(6\pi t)=\sqrt{3}\cos(4\pi t)+\sqrt{3}\cos(8\pi t)$ より，周波数2と4の二つの正弦波が得られる。よって，最高周波数は4。

(3)　$z(t)=2\cos(6\pi t)=e^{-j6\pi t}+e^{j6\pi t}$　　（オイラーの公式より）

(4)　$G(f)=\int_{-\infty}^{\infty}g(t)e^{-j2\pi ft}dt=5\int_{-0.1}^{0.1}e^{-j2\pi ft}dt=\frac{5}{\pi f}\frac{e^{j0.2\pi f}-e^{-j0.2\pi f}}{2j}=\frac{\sin(0.2\pi f)}{0.2\pi f}$

ア．上式に $f=0$ を代入して $G(0)=1$

もしくは，$G(0)$ は直流成分の大きさであるから矩形波 $g(t)$ の面積を求めれば良いので，$G(0)=5\times 0.2=1$

イ．フーリエ変換の周波数シフトの性質より $G(f+3)+G(f-3)$

もしくは，計算すると

$$\int_{-0.1}^{0.1}10\cos(6\pi t)\,e^{-j2\pi ft}dt=5\int_{-0.1}^{0.1}e^{-j2\pi(f+3)t}dt+5\int_{-0.1}^{0.1}e^{-j2\pi(f-3)t}dt=G(f+3)+G(f-3)$$

(5)　$H(f)=\frac{3}{1+j\sqrt{3}f}$ より $|H(f)|=\frac{3}{\sqrt{1+3f^2}}$，$\angle H(f)=\tan^{-1}\left(-\sqrt{3}f\right)$ であるから

ア．$|H(1)|=\frac{3}{\sqrt{1+3}}=\frac{3}{2}$，$\angle H(1)=\tan^{-1}\left(-\sqrt{3}\right)=-\frac{\pi}{3}$

イ．信号 $1+x(t)$ の出力は各成分の出力の和となる。信号1は $f=0$ なので出力は3，信号 $x(t)$ の出力は問アの結果を用いて $\frac{3\sqrt{3}}{2}\cos\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$，よって

$$3+\frac{3\sqrt{3}}{2}\cos\left(2\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

[5]

(1)

A 格子点

B 結晶格子

C 単位格子

D 単純立方格子

E 体心立方格子

F 6

G 8

H 配位数

(2)

ア. 答え $\mathbf{\Lambda_0 = \Lambda^+ + \Lambda^-}$

イ. 無限希釈水溶液中で酢酸は完全解離で電離度は1になる。　答え　1

ウ. $91\times10^{-4} + (426\times10^{-4} - 127\times10^{-4}) = 390\times10^{-4}$　答え　**390×10^{-4} S m^2 mol^{-1}**

(3)

ア. 平衡式から A_2 の 1 [mol]の増加は，AB の 2 [mol]の減少になる。

答え　**$2x$ [mol]**

イ. 全物質量の変化はないので，体積変化がない場合は反応後も全圧は変わらない。

答え　**P [Pa]**

ウ. 反応前後での全物質量は変化しないので，全物質量は 3.0 [mol]

混合気体の全圧を P として，A_2 の生成量 [mol] を x とすると，

A_2 と B_2 の分圧 $p(A_2) = p(B_2) = (x/3.0)P$

AB の分圧 $p(AB) = ((3.0-2x)/3.0)P$

$K_p = (p_{A2}\times p_{B2}) / (p_{AB}{}^2) = x^2/((3.0-2x)^2) = 4$

すなわち，$x^2 = 16x^2 - 48x + 36$ の方程式を解けば，$x = 1.2$ と 2.0 になる。

ここで，x は 1.5 より小さくなければならないから 1.2 が正解となる。

答え　**1.2 mol**